



Sistem Persamaan Linear Tiga

A. PENGERTIAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

- Sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) adalah suatu bentuk persamaan yang melibatkan tiga variabel
- Bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel yaitu:

$$ax + by + cz = d$$
 Dengan a, b, c , adalah koefisiend dan d adalah konstanta
- Dalam menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel, perlu diketahui tiga sistem persamaan linear tiga variabel yang berbeda.

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \text{ (i)}$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \text{ (ii)}$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \text{ (iii)}$$

B. METODE PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

- Penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu dengan substitusi dan eliminasi
- Substitusi**
 Metode substitusi dapat dilakukan dengan menggunakan contoh berikut:

$$x - 3y + 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = -9$$

$$3x - 2y + 5z = 12$$
 Dari persamaan pertama, didapatkan:

$$x = 9 + 3y - 2z$$
 Substitusikan x ke persamaan kedua:

$$2(9 + 3y - 2z) + 4y - 3z = -9$$

$$18 + 6y - 4z + 4y - 3z = -9$$

$$10y - 7z = -27$$
 Substitusikan x ke persamaan ketiga:

$$3(9 + 3y - 2z) - 2y + 5z = 12$$

$$27 + 9y - 6z - 2y + 5z = 12$$

$$7y - z = -15$$

$$z = 7y + 15$$
 Substitusikan hasil dari persamaan ketiga ke hasil dari persamaan kedua:

$$10y - 7(7y + 15) = -27$$

$$10y - 49y - 105 = -27$$

$$-39y = 78$$

$$y = -2$$

Substitusikan y ke dalam hasil dari persamaan ketiga:

$$z = 7(-2) + 15$$

$$z = -14 + 15$$

$$z = 1$$

Substitusikan y and z ke dalam hasil persamaan pertama:

$$x = 9 + 3(-2) - 2(1)$$

$$x = 9 - 6 - 2$$

$$x = 1$$

- Eliminasi**
 Misal diberikan persamaan berikut

$$x - 3y + 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = -9$$

$$3x - 2y + 5z = 12$$
 Eliminasi persamaan pertama dengan persamaan kedua dengan menyamakan koefisien dari salah satu variabel:

$$(x - 3y + 2z) \times 2 = 9 \times 2$$

$$2x + 4y - 3z = -9 \quad -$$

$$-10y + 7z = 27$$

Eliminasi persamaan pertama dengan persamaan ketiga dengan menyamakan koefisien dari salah satu variabel:

$$(x - 3y + 2z) \times 3 = 9 \times 3$$

$$3x - 2y + 5z = 12 \quad -$$

$$-7y + z = 15$$

Eliminasi hasil dari eliminasi pertama dan kedua dengan menyamakan koefisien dari salah satu variabel:

$$-10y + 7z = 27$$

$$(-7y + z) \times 7 = 15 \times 7 \quad -$$

$$39y = -78$$

$$y = -2$$

Atau

$$(-10y + 7z) \times 7 = 27 \times 7$$

$$(-7y + z) \times 10 = 15 \times 10 \quad -$$

$$39z = 39$$

$$z = 1$$

Untuk mencari x , dapat dilakukan dengan mensubstitusikan y dan z ke persamaan yang memiliki variabel x di atas:

$$x - 3(-2) + 2(1) = 9$$

$$x + 6 + 2 = 9$$

$$x = 1$$

C. CONTOH SOAL

1. Himpunan penyelesaian

$$x + y - z = 24$$

$$2x - y + 2z = 4$$

$$x + 2y - 3z = 36$$

Adalah $\{(x, y, z)\}$. Nilai $x: y: z = \dots$

Penyelesaian

$$\begin{array}{r} x + y - z = 24 \\ 2x - y + 2z = 4 \quad + \\ \hline 3x + z = 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2(x + y - z) = 24 \times 2 \\ x + 2y - 3z = 36 \quad - \\ \hline x + z = 12 \\ x = 12 - z \end{array}$$

Substitusikan ke hasil eliminasi pertama

$$\begin{array}{r} 3(12 - z) + z = 28 \\ -2z = -8 \\ z = 4 \end{array}$$

Substitusikan z ke hasil eliminasi pertama

$$\begin{array}{r} 3x + (4) = 28 \\ 3x = 24 \\ x = 8 \end{array}$$

Substitusikan x dan z ke persamaan pertama

$$\begin{array}{r} (8) + y - (4) = 24 \\ y = 20 \end{array}$$

Maka, $x: y: z$ adalah

$$8: 20: 4 = \mathbf{2: 5: 1}$$

2. Rita, Nita, dan Mira pergi bersama-sama ke toko buah. Rita membeli 2 kg apel, 2 kg anggur, dan 1 kg jeruk dengan harga Rp67.000,00. Nita membeli 3 kg apel, 1 kg anggur dan 1 kg jeruk dengan harga Rp61.000,00. Mira membeli 1 kg apel, 3 kg anggur, dan 2 kg jeruk dengan harga Rp80.000,00. Harga 1 kg apel, 1 kg anggur, dan 4 kg jeruk seluruhnya adalah...

Penyelesaian

Anggap

Apel sebagai x

Anggur sebagai y

Jeruk sebagai z

Maka, persamaan yang didapat adalah

$$\begin{array}{r} 2x + 2y + z = 67.000 \\ 3x + y + z = 61.000 \\ x + 3y + 2z = 80.000 \end{array}$$

Eliminasi pembelian Rita dengan Nita

$$\begin{array}{r} 2x + 2y + z = 67.000 \\ 3x + y + z = 61.000 \quad - \\ \hline -x + y = 6.000 \end{array}$$

Eliminasi pembelian Rita dengan Mira

$$\begin{array}{r} (2x + 2y + z) \times 2 = 67.000 \times 2 \\ x + 3y + 2z = 80.000 \quad - \\ \hline 3x + y = 54.000 \end{array}$$

Eliminasi hasil dari eliminasi pertama dan kedua

$$\begin{array}{r} -x + y = 6.000 \\ 3x + y = 54.000 \quad - \\ \hline -4x = -48.000 \\ x = 12.000 \end{array}$$

Substitusikan x ke hasil eliminasi pertama

$$\begin{array}{r} -(12.000) + y = 6.000 \\ y = 18.000 \end{array}$$

Substitusikan x dan y ke pembelian Rita

$$\begin{array}{r} 2(12.000) + 2(18.000) + z = 67.000 \\ 24.000 + 36.000 + z = 67.000 \\ z = 7.000 \end{array}$$

Maka, harga 1 kg apel, 1 kg anggur dan 4 kg jeruk adalah

$$(12.000) + (18.000) + 4(7.000) = \mathbf{Rp58.000,00}$$