

Persamaan/Tidaksamaan Rasional dan Irasional

A. PERSAMAAN RASIONAL

Bentuk umum persamaan rasional

$$\frac{p(x)}{q(x)} = k$$

Dengan k berupa konstanta dan $p(x)$ dan $q(x)$ berupa polinomial.

Menyelesaikan Persamaan Rasional

- Mengubah persamaan menjadi bentuk persamaan yang tidak memuat penyebut

$$\begin{aligned} \frac{5x + 1}{6x - 2} &= \frac{1}{2} \\ 2(5x + 1) &= 1(6x - 2) \\ 10x + 2 &= 6x - 2 \\ 4x &= -4 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

- Membuat persamaan $f(x) = 0$

$$\begin{aligned} \frac{5x + 1}{6x - 2} &= \frac{1}{2} \\ \frac{5x + 1}{6x - 2} - \frac{1}{2} &= 0 \\ \frac{2(5x + 1) - 1(6x - 2)}{2(6x - 2)} &= 0 \\ \frac{4x + 4}{12x - 4} &= 0 \\ 4x + 4 &= 0 \\ 4x &= -4 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

B. PERTIDAKSAMAAN RASIONAL

Pertidaksamaan rasional memiliki bentuk yang sama dengan persamaan rasional namun perbedaannya, pertidaksamaan ini menggunakan tanda lebih dari atau kurang dari yaitu $\leq, \geq, <, >$, dan \neq

Bentuk Umum Pertidaksamaan Rasional

$$\frac{p(x)}{q(x)} (\leq/\geq/</>/\neq) k$$

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan rasional dapat dilakukan dengan menyederhanakan pertidaksamaan, mencari angka pembuat 0 dari fungsi pembilang dan penyebut ataupun kedua ruas pertidaksamaan, lalu dilanjutkan dengan pembuktian dengan menggunakan garis bilangan

Contoh:

$$\begin{aligned} \frac{3}{x + 2} &> \frac{2}{x - 1} \\ 3(x - 1) &> 2(x + 2) \\ 3x - 3 &> 2x + 4 \\ x &> 7 \end{aligned}$$

Pembuat nol:

$$\begin{aligned} x - 7 = 0 &\rightarrow x = 7 \\ 3x - 3 = 0 &\rightarrow x = 1 \\ 2x + 4 = 0 &\rightarrow x = -2 \end{aligned}$$



Maka, himpunan penyelesaian pertidaksamaan tersebut adalah:

$$\{x | -2 < x < 1 \text{ atau } x > 7\}$$

C. PERSAMAAN IRASIONAL

Persamaan irasional yang dibahas pada materi ini adalah persamaan yang memiliki variabel di dalam tanda akar

Syarat Persamaan Irasional

- Bilangan di dalam tanda akar kuadrat bernilai positif
- Setiap penyelesaian perlu diperlakukan uji coba

Untuk penyelesaian persamaan irasional dapat dilakukan dengan mengkuadratkan kedua ruas.

Contoh:

$$\begin{aligned} \sqrt{x + 5} &= 1 + \sqrt{x} \\ (\sqrt{x + 5})^2 &= (1 + \sqrt{x})^2 \\ x + 5 &= 1 + 2\sqrt{x} + x \\ 2\sqrt{x} &= 4 \\ \sqrt{x} &= 2 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

D. PERTIDAKSAMAAN IRASIONAL

Pertidaksamaan irasional merupakan suatu bentuk pertidaksamaan yang melibatkan variabel di dalam akar. Dalam menyelesaikan pertidaksamaan irasional dapat dilakukan dengan mengkuadratkan kedua ruas

Sifat Pertidaksamaan Irasional

Misalkan a dan b bilangan real
 Jika $0 < a < b$, maka $a^2 < b^2$
 Jika $b < a < 0$, maka $a^2 < b^2$

E. CONTOH SOAL

1. Himpunan penyelesaian dari $\frac{x+2}{3} - \frac{x-4}{4} = \frac{1}{2}$ adalah...

Pembahasan

$$\begin{aligned} \frac{4(x+2) - 3(x-4)}{3 \times 4} &= \frac{1}{2} \\ \frac{x+20}{12} &= \frac{1}{2} \\ 2(x+20) &= 12 \\ 2x+40 &= 12 \\ x &= -14 \end{aligned}$$

Sehingga, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-14\}$

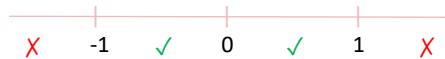
2. Himpunan penyelesaian dari $\frac{x}{x+x^2} \geq -\frac{x}{x-x^2}$ adalah...

Pembahasan

$$\begin{aligned} \frac{x}{x+x^2} &\geq -\frac{x}{x-x^2} \\ x-x^2 &\geq -(x+x^2) \\ x-x^2 &\geq -x-x^2 \\ 2x &\geq 0 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Pembuat nol:

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ x &= 1 \\ x &= -1 \end{aligned}$$



$$-1 \leq x \leq 1$$

Syarat: $x \neq -1, x \neq 0, x \neq 1$

Maka, HP = $\{x \mid -1 < x < 0 \text{ atau } 0 < x < 1\}$

3. Himpunan penyelesaian persamaan $(x+2) = \sqrt{10x-5}$ adalah...

Pembahasan

$$\begin{aligned} (x+2)^2 &= (\sqrt{10x-5})^2 \\ x^2+4x+4 &= 10x-5 \\ x^2-6x+9 &= 0 \\ (x-3)(x-3) &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Maka, himpunan penyelesaian persamaan tersebut adalah $\{3\}$

4. Semua nilai x yang memenuhi $\sqrt{x+10}\sqrt{x+2} > 2$ adalah...

Pembahasan

$$\begin{aligned} \sqrt{x+10} &> 2 + \sqrt{x+2} \\ (\sqrt{x+10})^2 &> (2 + \sqrt{x+2})^2 \\ x+10 &> 4 + (x+2) + \sqrt{x+2} \\ 4 &> 4\sqrt{x+2} \\ 1 &> \sqrt{x+2} \end{aligned}$$

$(x+10)$ di dalam akar maka,

$$\begin{aligned} x+10 &\geq 0 \\ x &\geq -10 \end{aligned}$$

$(x+2)$ di dalam akar maka,

$$\begin{aligned} x+2 &\geq 0 \\ x &\geq -2 \end{aligned}$$

Maka, himpunan dari x adalah

$$-2 \leq x < -1$$