

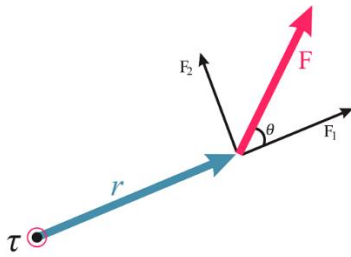


A. DEFINISI UMUM

Dinamika Rotasi adalah ilmu yang mempelajari gerak rotasi dan aspek-aspek penyebabnya.

B. MOMEN GAYA (TORSI)

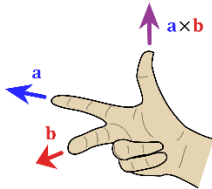
Momen gaya atau torsi didefinisikan sebagai hasil kali besar gaya dan lengan momennya, dimana Gaya selalu tegak lurus dengan lengan gaya.



$$\tau = F \times r \sin \theta$$

Aturan tangan kanan momen gaya:

Putar keempat jari yang dirapatkan dari arah kepala vektor gaya F menuju arah poros rotasi. Jika arah putaran berlawanan jarum jam, momen gaya positif, jika tidak maka torsi negatif.



C. MOMEN INERSIA

Momen Inersia adalah ukuran kemampuan benda untuk mempertahankan kecepatan sudut rotasinya. Dilambangkan huruf I

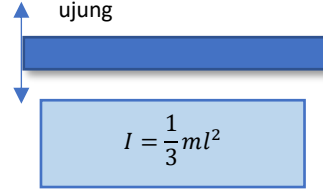
$$I = kmr^2$$

k= konstanta momen inersia benda (partikel memiliki konstanta=1)
m= massa benda
r= panjang lengan gaya

Momen Inersia berbagai benda:

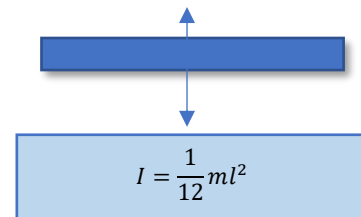
Karena bentuk yang berbeda, pastilah tiap benda momen inersianya berbeda.

i. Batang homogen dengan poros di ujung



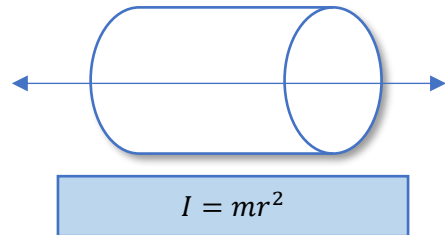
$$I = \frac{1}{3} ml^2$$

ii. Batang homogen dengan poros di tengah



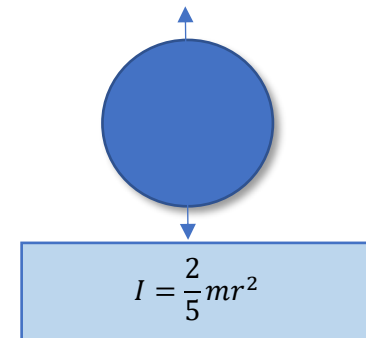
$$I = \frac{1}{12} ml^2$$

iii. Silinder tipis berongga



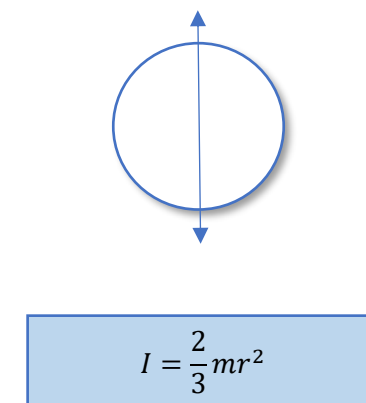
$$I = mr^2$$

iv. Bola pejal



$$I = \frac{2}{5} mr^2$$

v. Bola tipis berongga:



$$I = \frac{2}{3} mr^2$$

Teorema Sumbu Sejajar:

Digunakan untuk menghitung momen inersia suatu benda yang sumbu porosnya telah digeser atau berpindah



$$I_f = I_0 + md^2$$

I_f : Momen Inersia akhir

I_0 : Momen Inersia awal

d : Jarak perpindahan dari poros awal

Hukum II Newton dalam Rotasi:

Karena hukum kedua newton dalam rotasi:

$$\sum F = ma_t$$

a_t : Percepatan tangensial

masih bekerja, kita dapat menurunkan persamaan baru.

$$\alpha = \frac{a_t}{r} \quad (\alpha: \text{percepatan sudut})$$

Maka persamaan pertama menjadi:

$$\sum F = m\alpha r$$

Kali kedua ruas dengan r dan persamaan menjadi:

$$Fr = mr^2\alpha, \text{ yang akan menjadi:}$$

$$\sum \tau = I\alpha$$

Jadi dalam gerak rotasi, **momen gaya dapat berperan seperti gaya dalam gerak translasi.**

D. PERSAMAAN GERAK GMBB DAN GLBB

Besaran GMBB	Besaran GLBB
$\Delta\theta$: Perpindahan Sudut	s : Perpindahan Linear
ω : Kecepatan Sudut	v : Kecepatan Linear
α : Percepatan Sudut	a : Percepatan Linear
Rumus GMBB	Rumus GLBB
$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$\Delta s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$v = v_0 + at$
$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
$s = \Delta\theta r$	$a = \Delta\alpha r$
$v = \Delta\omega r$	

Gerak Melingkar Berubah Beraturan dan Gerak Lurus Berubah Beraturan memiliki banyak persamaan. Pada tabel diatas kita dapat melihat kesamaannya

E. ENERGI KINETIK BENDA

Setiap benda bergerak pasti mempunyai energi, sama halnya dengan benda berotasi. Kita dapat menurunkan dari rumus Energi kinetik:

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$, kita dapat mengganti v^2 menjadi $(\omega r)^2$. Jadi rumus menjadi:

$$E_{k_r} = \frac{1}{2}mr^2\omega^2$$

Jika kita memasukkan momen inersia, rumus akhirnya adalah:

$$E_{k_r} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Pada **benda yang menggelinding, akan ada energi kinetik rotasi dan energi kinetik translasi (linear).** Kita hanya perlu menambahkan keduanya.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Jika kita memecah persamaan:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kmr^2\omega^2$$

Dan memecah kecepatan sudut:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kmr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kmv^2$$

Dan karena kondisi yang tidak slip, kecepatan rotasi tangensial dan linear sama.

$$mr_a^2 \omega_a = mr_b^2 \omega_b$$

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 (1 + k)$$

F. MOMENTUM SUDUT

Momentum Sudut adalah analog rotasi momentum linear, momentum sudut berupa hasil kali dari momen Inersia dan kecepatan sudut, dan dilambangkan dengan huruf L.

$$L = I\omega$$

Persamaan ini dapat dipecah lagi menjadi dua:

$$L = mr^2\omega$$

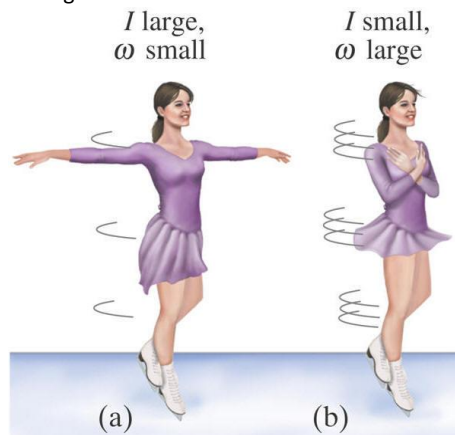
$$L = mvr$$

Sama seperti momentum linear yang mempunyai hubungan: $F = \frac{dp}{dt}$

Maka, momentum sudut mempunyai hubungan yang sama dengan torsi:

$$\tau = \frac{dL}{dt}$$

Kekekalan momentum juga bekerja pada gerak melingkar.



Seperti yang tampak pada gambar di atas, penari balet dapat menambah kecepatan sudut dengan menarik tangannya ke dalam.

Ini karena hukum kekekalan momentum sudut:

$$mr_a^2 \omega_a = mr_b^2 \omega_b$$

Massa tak akan berubah jadi persamaan menjadi:

$$r_a^2 \omega_a = r_b^2 \omega_b ;$$

Karena jari jari mengecil pada gambar b, **kecepatan sudut akan bertambah untuk mempertahankan kekekalan.**

$$\omega_b = \frac{r_a^2}{r_b^2} \cdot \omega_a$$

G. KESEIMBANGAN BENDA TEGAR

Suatu benda tegar dikatakan **seimbang (statis)** jika benda tegar tersebut tidak bergerak translasi maupun rotasi.

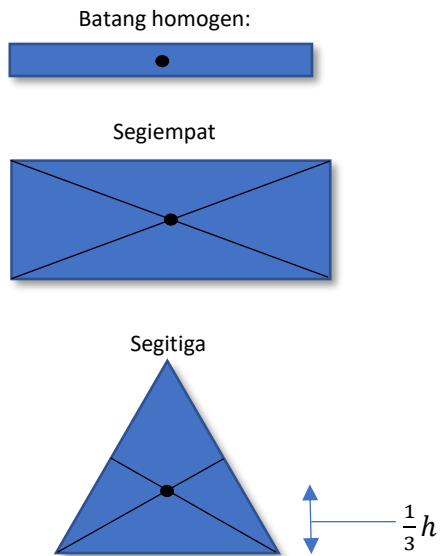
Syarat-syaratnya adalah:

$$\Sigma F = 0$$

$$\Sigma \tau = 0$$

Titik berat adalah titik dimana semua resultan gaya gravitasi benda terkonsentrasi pada titik ini. Karena itu torsi terhadap titik ini harus 0.

Sama seperti momen inersia, titik berat benda bervariasi dari bentuk ke bentuk, ini beberapa contohnya:



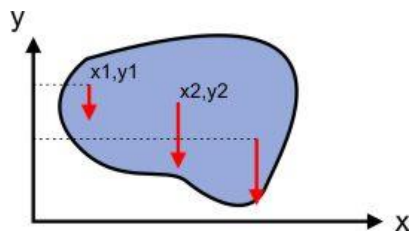
Namun, tidak semua benda beratur, untuk benda yang tidak beraturan (iregular) kita menggunakan rumus:

$$x_{pm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} dst$$

$$y_{pm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} dst$$

x_{pm} : Koordinat titik berat pada sumbu x

y_{pm} : Koordinat titik berat pada sumbu y



Untuk kasus lainnya rumus ini dapat dipakai:

$$x_{pm} = \frac{A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} dst$$

$$y_{pm} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3} dst$$

A : Area atau Luas bidang

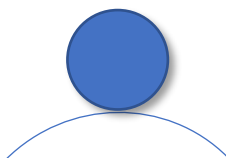
H, JENIS-JENIS KESEIMBANGAN

Ada tiga jenis keseimbangan yaitu:

Keseimbangan Stabil adalah keseimbangan benda yang setelah gangguan kecil dihilangkan, akan kembali ke posisi semula:



Keseimbangan Labil adalah keseimbangan yang setelah gangguan kecil dihilangkan, tidak akan kembali ke posisi semula:



Keseimbangan Netral adalah dimana gangguan apapun tidak mengubah keseimbangan:

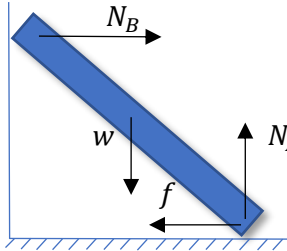


I. CONTOH SOAL

- Sebuah batang bermassa 4 kg disenderkan terhadap suatu tembok licin dan lantai kasar dengan suatu sudut. Jika panjang batang 10 m, dan koefisien gesek statis lantai adalah 0.2, tentukan sudut minimal batang terhadap lantai, agar batang tidak slip dan jatuh.

Jawab:

Pertama, gambar diagram gaya:



Penuhi syarat-syarat benda diam:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ N_A - w &= 0 \\ N_A &= w \\ N_A &= mg = 30N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ N_B - f &= 0 \\ N_B &= f \\ N_B &= N_A \mu = 6N \end{aligned}$$

Ambil titik yang menyentuh lantai sebagai poros, dan penuhi syarat $\sum \tau = 0$

$$\begin{aligned} \sum \tau &= 0 \\ N_A \cos \theta l - mg \cos \theta \frac{1}{2} l - f \sin \theta l &= 0 \\ N_A \cos \theta l &= mg \cos \theta \frac{1}{2} l + f \sin \theta l \end{aligned}$$

($\cos \theta$ berasal dari $\sin(90^\circ - \theta)$)

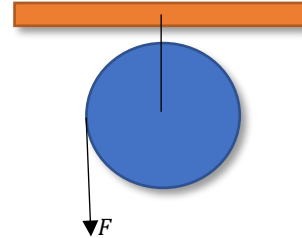
Bagikan kedua ruas dengan l dan masukkan nilai masing masing gaya

$$\begin{aligned} N_A \cos \theta &= mg \cos \theta \frac{1}{2} + f \sin \theta \\ 30 \cos \theta &= 15 \cos \theta + 6 \sin \theta \\ 15 \cos \theta &= 6 \sin \theta \Rightarrow \tan \theta &= \frac{15}{6} \end{aligned}$$

Jadi, sudut batang terhadap lantai adalah:

$$\tan^{-1} \left(\frac{15}{6} \right)$$

- Sebuah katrol silinder pejal bermassa M dan berdiameter d , digantungkan ke langit-langit, dan ditarik oleh gaya F . Tentukan percepatan sudut yang dihasilkan!



Gunakan hubungan momen gaya dengan momen inersia:

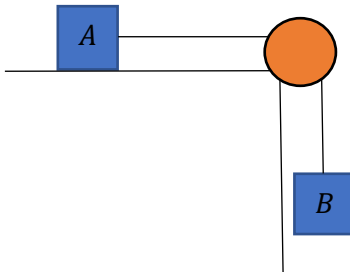
$$\begin{aligned} \sum \tau &= I \alpha \\ F \times \frac{1}{2} d &= \frac{1}{2} M \left(\frac{1}{2} d \right)^2 \cdot \\ \frac{1}{2} F d &= \frac{1}{8} M d^2 \cdot \alpha \end{aligned}$$

Bagi kedua ruas dengan $\frac{1}{2}$ dan d

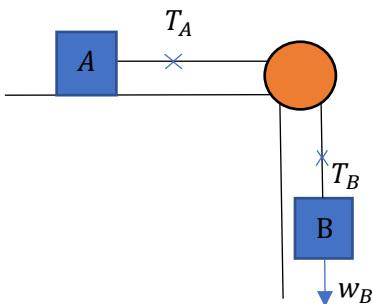
$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4} M d \cdot \alpha \\ \alpha &= \frac{4F}{Md} \end{aligned}$$

Jadi, percepatan sudut yang terjadi adalah, $\frac{4F}{Md}$

3. Dua buah balok A dan B yang masing-masing bermassa 3kg dan 4kg dihubungkan dengan seutas tali tak lentur dan sebuah katrol berbentuk silinder pejal. Jika katrol tersebut bermassa 10 kg dan berjari-jari 60 cm. Tentukan percepatan linear kedua balok!



Pertama, Gambar diagram gaya:
(w_A tidak berpengaruh)



Lalu kita tinjau gerak pada balok A:

$$T_A = m_A a$$

Karena lantai licin, hanya T_A yang memengaruhi gerak balok A

Tinjau lagi gerak pada balok B:

$$m_B g - T_B = m_B a$$

$$T_B = m_B g - m_B a$$

Setelah meninjau tegangan tali pada kedua balok, gunakan hubungan momen gaya dengan momen inersia:

$$\sum \tau = I \alpha$$

$$T_A \times R - T_B \times R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \alpha$$

Gunakan hubungan $\alpha = \frac{a}{R}$:

$$T_A \times R - T_B \times R = \frac{1}{2} M R \cdot a$$

Bagi kedua ruas dengan R

$$T_A - T_B = \frac{1}{2} M a$$

Masukkan nilai-nilai gaya:

$$3 \cdot 10 - (4 \cdot 10 - 4a) = \frac{1}{2} \cdot 6a$$

Buka tutup kurung:

$$3 \cdot 10 - 4 \cdot 10 + 4a = 3a$$

Pindahkan ruas $4a$:

$$-10 = -a$$

Jadi, percepatan linearnya adalah 10 m/s