



Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak

A. PENGERTIAN NILAI MUTLAK

Nilai mutlak merupakan jarak suatu bilangan ke bilangan nol pada garis bilangan real. Nilai mutlak bilangan real x ditulis sebagai $|x|$, mempunyai nilai sebagai berikut.

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{untuk } x \geq 0 \\ -x, & \text{untuk } x < 0 \end{cases}$$

B. PENGERTIAN PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK

- Pertidaksamaan nilai mutlak adalah pertidaksamaan yang selalu benar untuk setiap nilai pengganti variabelnya.

C. RUMUS PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK

- Jika $|f(x)| \leq c$, maka $-c \leq f(x) \leq c$
- Jika $|f(x)| < c$, maka $-c < f(x) < c$
- Jika $|f(x)| \geq c$, maka $f(x) \leq -c$ atau $f(x) \geq c$

Daerah 1 $x < 2$	Daerah 2 $2 \leq x < 5$	Daerah 3 $x \geq 5$
$-2x + 4$ $\leq 2(5 - x)$ $-2x + 4$ $\leq 10 - 2x$ $4 \leq 10$	$2x - 4$ $\leq 2(5 - x)$ $2x - 4 \leq 10 - 2x$ $4x \leq 14$ $x \leq \frac{7}{2}$	$2x - 4$ $\leq 2(-5 + x)$ $2x - 4$ $\leq -10 + 2x$ $-4 \leq -10$
Sehingga penyelesaian dari daerah 1 adalah $x < 2$	Sehingga penyelesaian dari daerah 2 adalah $2 \leq x \leq \frac{7}{2}$	Tidak ada nilai x yang memenuhi.

- Jika $|f(x)| > c$, maka $f(x) < -c$ atau $f(x) > c$

D. METODE PENYELESAIAN PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK

1. Rumus

Contoh:

$$\begin{aligned} |2x - 6| &\leq 2 \\ -2 &\leq 2x - 6 \leq 2 \\ 4 &\leq 2x \leq 8 \\ 2 &\leq x \leq 4 \end{aligned}$$

2. Definisi

Contoh:

$$|5x + 10| > 4x + 35$$

$$|5x + 10| = \begin{cases} 5x + 10, \\ -5x - 10, \end{cases}$$

untuk $x \geq -2$ $-5x - 10, \text{ untuk } x < -2$

1) Untuk $x \geq -2,$

$$\begin{aligned} 5x + 10 &> 4x + 35 \\ x &> 25 \end{aligned}$$

2) Untuk $x < -2,$

$$\begin{aligned} -5x - 10 &> 4x + 35 \\ -9x &> 45 \\ x &< -5 \end{aligned}$$

Sehingga nilai x yang memenuhi adalah $x < -5$ atau $x > 25$

3. Mengkuadratkan Kedua Ruas

$$\begin{aligned} |x - 8| &\leq 3|x - 4| \\ x^2 - 16x + 64 &\leq 9(x^2 - 8x + 16) \\ x^2 - 16x + 64 &\leq 9x^2 - 72x + 144 \\ 8x^2 - 56x + 80 &\geq 0 \\ 8(x - 2)(x - 5) &\geq 0 \\ x &\leq 2 \text{ atau } x \geq 5 \end{aligned}$$

CONTOH SOAL

1. Tentukan nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $|2x - 4| \leq 2|5 - x|!$

Penyelesaian:

$$|2x - 4| \leq 2|5 - x|$$

$$|2x - 4| = \begin{cases} 2x - 4, \\ -2x + 4, \end{cases}$$

untuk $x \geq 2$ $-2x + 4, \text{ untuk } x < 2$

$$|5 - x| = \begin{cases} 5 - x, \\ -5 + x, \end{cases}$$

untuk $x \geq 5$ $5 - x, \text{ untuk } x < 5$

Gabungan penyelesaian daerah di atas adalah $x \leq \frac{7}{2}$

Sehingga nilai x yang memenuhi adalah $x \leq \frac{7}{2}$

E. PENCERTIAN PERSAMAAN NILAI MUTLAK

- Persamaan nilai mutlak dalam Matematika merupakan nilai mutlak dari angka yang bisa didefinisikan sebagai jarak angka di atas titik 0 pada garis bilangan tanpa memperhatikan arahnya.

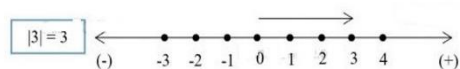
F. METODE PENYELESAIAN PERSAMAAN NILAI MUTLAK

1. Menggunakan garis bilangan

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian persamaan berikut, $|x| = 3$

Jawab:



Persamaan $|x| = 3$ berarti jarak antara titik x dan nol adalah 3 satuan.

Nilai x yang memenuhi adalah -3 dan 3. Jadi HP = $\{-3, 3\}$

2. Menggunakan perhitungan secara aljabar

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian persamaan berikut, $|x + 4| = 1$

Jawab:

$$|x + 4| = 1$$

$$x + 4 = 1$$

$$x = -3$$

Atau

$$x + 4 = -1$$

$$x = -5$$

Jadi HP = $\{-5, -3\}$

3. Menguadratkan kedua ruas

Contoh:

$$|x - 3| = 2x$$

$$|x - 3|^2 = (2x)^2$$

$$(x - 3)^2 - (2x)^2 = 0$$

$$(x - 3 + 2x)(x - 3 - 2x) = 0$$

$$(3x - 3)(-x - 3) = 0$$

$$x = 1 \text{ atau } x = -3$$

Substitusikan nilai x yang diperoleh ke persamaan

- $x = 1$

$$|1 - 3| = 2 = 2(1), \text{ memenuhi}$$

- Untuk $x = -3$, $|-3 - 3| = 6 \neq 2(-3)$, tidak memenuhi

- Jadi penyelesaian persamaannya adalah, HP = $\{1\}$