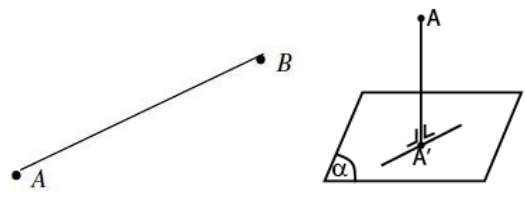


# Dimensi Tiga

## A. KEDUDUKAN TITIK GARIS DAN BIDANG DALAM DIMENSI TIGA

Dimensi tiga terbentuk dari 3 elemen yaitu titik, garis, dan bidang.



Suatu titik, garis, ataupun bidang memiliki suatu posisi atau kedudukannya satu sama lain.

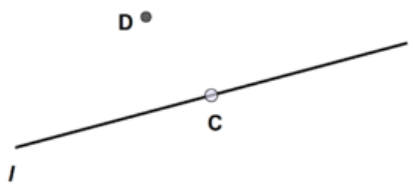
### ■ Kedudukan titik terhadap garis

A. Titik terletak pada garis

Titik berada pada garis karena garis itu melalui titik. Contohnya titik A, P, dan titik B.

B. Titik berada di luar garis

Titik berada di luar garis karena garis itu tidak melalui titik. Contohnya titik Q.

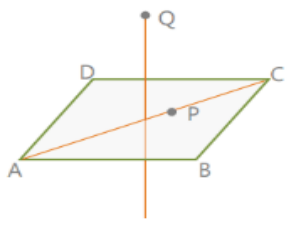


### ■ Kedudukan titik terhadap bidang

Titik berada pada bidang terjadi karena

1. Bidang melalui titik.
2. Titik berada pada garis yang terletak pada bidang itu.

Contohnya terdapat pada titik P



### ■ Kedudukan garis terhadap bidang

A. Garis berada terletak pada bidang

Contohnya garis AB, AC, dst..

Garis berada pada bidang karena ada dua titik yang dilalui garis pada bidang itu.

B. Garis memotong atau menembus bidang

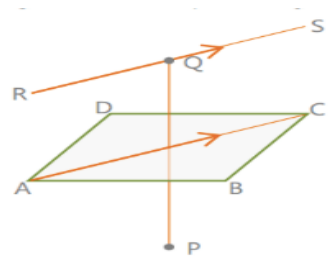
Contohnya garis PQ.

Garis menembus/memotong bidang karena ada satu titik yang dilalui garis pada bidang itu (titik tembus).

C. Garis sejajar dengan bidang

Contohnya garis RS dan AC.

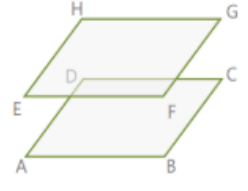
Garis itu sejajar dengan bidang karena garis itu sejajar dengan salah satu garis pada bidang itu atau tidak memiliki satupun titik persekutuan.



### ■ Kedudukan Bidang terhadap Bidang lain

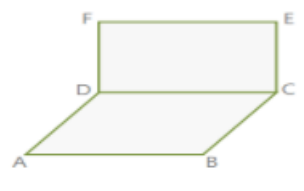
A. Dua bidang yang saling sejajar.

Dua bidang sejajar **apabila tidak ada satupun garis berpotongan** bidang dari kedua bidang.



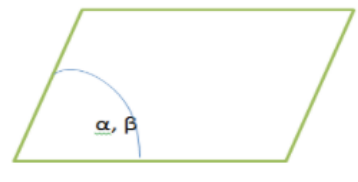
B. Dua bidang saling berpotongan

Dua bidang berpotongan **apabila terdapat garis perpotongan bidang**, yaitu garis persekutuan yang merupakan bagian dari kedua bidang.



C. Dua bidang saling berimpit

Dua bidang saling berimpit ( $\alpha, \beta$ ). **Apabila setiap titik yang terletak pada bidang  $\alpha$  juga terletak pada bidang  $\beta$  atau sebaliknya.**



Kedudukan titik, garis dan bidang memiliki suatu aksioma.

Aksioma adalah sebuah pernyataan dimana pernyataan yang kita terima sebagai suatu kebenaran dan bersifat

umum. Aksioma terhadap kedudukan garis, dan bidang adalah sebagai berikut :

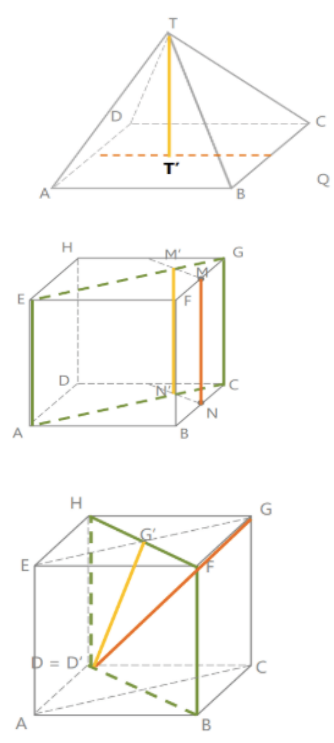
Apabila dua buah bidang berpotongan tegak lurus, maka seluruh garis dari bidang 1 terhadap bidang 2 juga tegak lurus.

1. Hasil perpotongan dua bidang adalah garis, sedangkan hasil perpotongan tiga bidang dapat berupa garis atau titik.

### B. PROYEKSI TITIK DAN GARIS PADA BIDANG

Proyeksi disebut juga pencerminan. Proyeksi dapat dilakukan dengan cara menjatuhkan titik atau titik tersebut pada garis tegak lurus terhadap bidang, dan biasanya dilambangkan dengan tanda aksen (').

Bentuk –bentuk proyeksi titik atau garis ke suatu bidang :



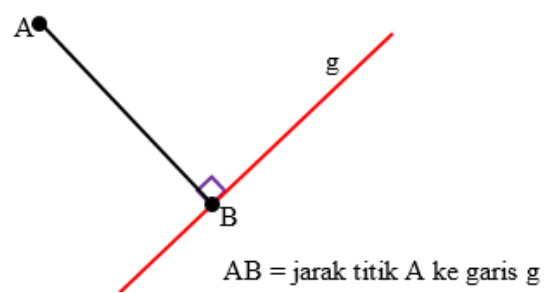
- 3) Hitung menggunakan teorema phytagoras.



#### Jarak antara titik dan garis

Langkah-langkah mengerjakan :

- 1) Hubungkan titik dengan ujung-ujung garis.
- 2) Tarik garis dari titik tegak lurus garis.
- 3) Pindahkan gambar.
- 4) Hitung panjang semua sisi segitiga.
- 5) Hitung jarak.
  - a. Jika segitiga siku-siku
    - I. Gunakan luas segitiga.
    - II. Gunakan trigonometri (nilai sinus suatu sudut).
    - III. Gunakan phytagoras.
  - b. Jika segitiga sama kaki
    - I. Gunakan phytagoras
    - II. Gunakan trigonometri.
  - c. Jika segitiga sembarang
    - I. Gunakan aturan cosinus.



### C. JARAK

#### Jarak antara titik dan titik

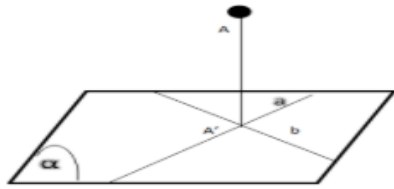
Langkah-langkah mengerjakan :

- 1) Hubungkan dua titik
- 2) Buat segitiga siku-siku, garis hubung dua titik merupakan sisi miring segitiga siku-siku.

#### Jarak antara titik dan bidang

Langkah-langkah mengerjakan :

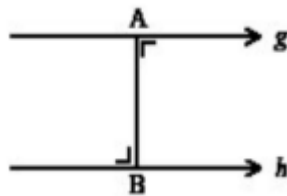
- 1) Buat bidang melalui titik yang tegak lurus dengan minimal 1 sisi pada bidang.
- 2) Cari garis perpotongan dua bidang.
- 3) Jarak titik ke bidang adalah jarak titik ke garis perpotongan dua bidang.



■ **Jarak antara dua garis sejajar**

Langkah-langkah mengerjakan :

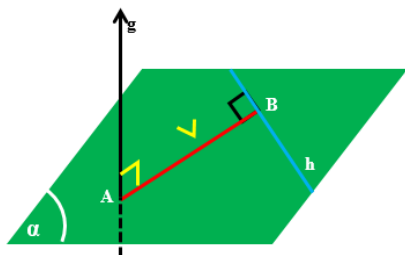
- 1) Buat bidang melalui dua buah garis
- 2) Tarik garis tegak lurus dengan kedua buah garis.
- 3) Hitung jarak garis tersebut



■ **Jarak dua garis bersilangan**

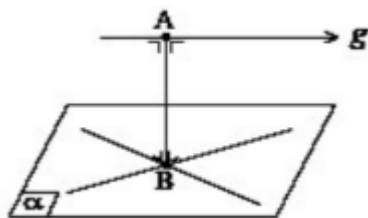
Langkah-langkah mengerjakan :

- 1) Buat bidang melalui garis 1 yang tegak lurus dengan garis 2 dengan cara tarik dari kedua ujung garis 1 tegak lurus dengan garis 2.
- 2) Cari titik tembus garis 2 terhadap bidang..
- 3) Cari jarak titik ke garis.



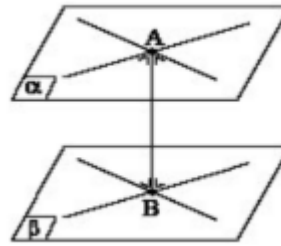
■ **Jarak Garis dan Bidang yang Sejajar**

Menentukannya dengan memproyeksikan garis pada bidang. Jarak antara garis dan bayangannya merupakan jarak garis terhadap bidang.



■ **Jarak Dua Bidang yang Saling Sejajar**

Bidang  $\alpha$  sejajar dengan bidang  $\beta$  maka jarak kedua bidang = panjang ruas garis AB (AB tegak lurus dengan kedua bidang).



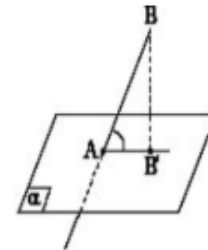
**D. PROYEKSI DAN SUDUT**

■ **Sudut Antara Garis dan Bidang**

Sudut antara garis dan bidang merupakan sudut antara garis dan bayangannya bila garis tersebut diproyeksikan pada bidang.

Jika garis b tidak tegak lurus pada bidang  $\alpha$  maka sudut antara garis b dan bidang  $\alpha$  adalah **sudut lancip yang dibentuk oleh garis g dan proyeksi garis g pada bidang  $\alpha$ .**

- a. Jika garis B tegak lurus pada bidang  $\alpha$  maka sudut antara garis b dan bidang  $\alpha$  adalah  $90^\circ$
- b. Jika garis B terletak pada bidang  $\alpha$  atau sejajar dengan bidang  $\alpha$  maka sudut antara garis B dan bidang  $\alpha$  adalah  $0^\circ$

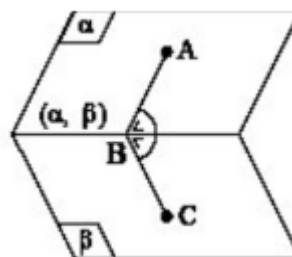


$$\angle (BA, \text{bidang } \alpha) = \angle (BA, AB')$$

■ **Sudut Antara Dua Bidang**

Sudut antara dua bidang (yang berpotongan) adalah sudut yang **terbentuk oleh dua garis pada masing-masing bidang, di mana setiap garis itu tegak lurus pada garis potong kedua bidang tersebut di satu titik.**

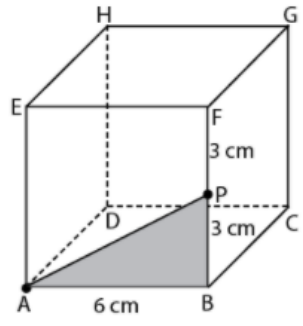
Garis  $(\alpha, \beta)$  = perpotongan bidang  $\alpha$  dan  $\beta$ .  
AB dan BC tegak lurus  $(\alpha, \beta)$



**E. CONTOH SOAL DAN PEMBAHASAN**

1. Jika titik P berada pada pertengahan garis BF, maka jarak antara titik A dan P adalah...

Pembahasan :

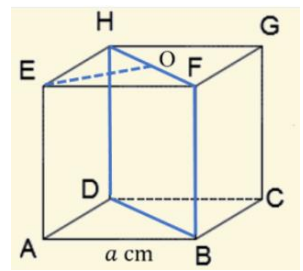


Panjang  $PB = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ cm}$  dengan menggunakan rumus Pythagoras, kita akan peroleh nilai AP seperti berikut.

$$\begin{aligned} AP &= \sqrt{6^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{36 + 9} \\ &= \sqrt{45} \\ &= \sqrt{9 \cdot 5} \\ &= \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

2. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk a cm. Jarak titik E ke bidang diagonal BDHF adalah...

Pembahasan :



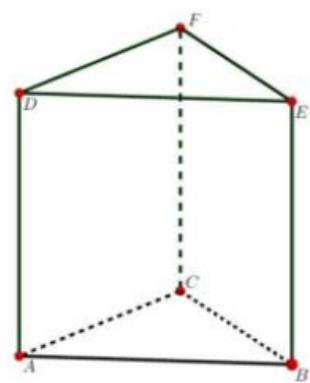
Jarak titik E ke bidang diagonal BDHF = jarak titik E ke titik tengah diagonal HF. Misalkan O titik tengah diagonal HF. EG adalah diagonal bidang dengan panjang  $a\sqrt{2}$  cm.

Panjang  $EO = \frac{1}{2}$  panjang EG, sehingga

$$EO = \frac{1}{2} a\sqrt{2} \text{ cm.}$$

Jadi, jarak titik E ke bidang diagonal BDHF adalah  $\frac{1}{2} a\sqrt{2}$  cm.

3. Gambar di bawah adalah prisma tegak dengan alas segitiga ABC sama sisi. Jika  $AB = BE = 1$ , maka volume limas E.ACF adalah...



Pembahasan :

Volume limas E.ACF adalah

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \text{luas alas} \cdot \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \cdot [ACF] \cdot \text{tinggi} \end{aligned}$$

Tinggi limas E.ACF jarak titik E ke bidang ACF atau ACFD = jarak titik E ke DF. Karena segitiga EDF adalah sama sisi dengan panjang sisi  $a = 1$ , maka tingginya adalah  $\frac{1}{2} a\sqrt{3} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$

Luas alas segitiga siku-siku ACF adalah

$$\begin{aligned} [ACF] &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Jadi, volume limas E.ACF adalah

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot [ACF] \cdot \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ &= \frac{1}{12} \sqrt{3} \end{aligned}$$